

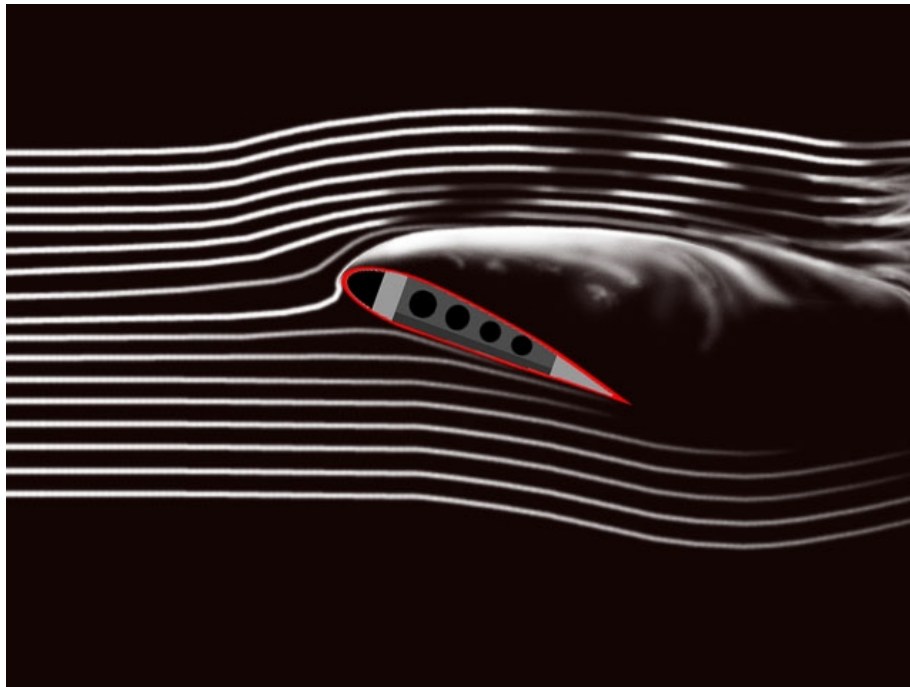
Hidrodinâmica

- A dinâmica de fluidos é um tópico complexo.
- Modelo de fluido ideal
 - O fluido é incompressível
 - O fluido não é viscoso
 - O fluxo é estacionário



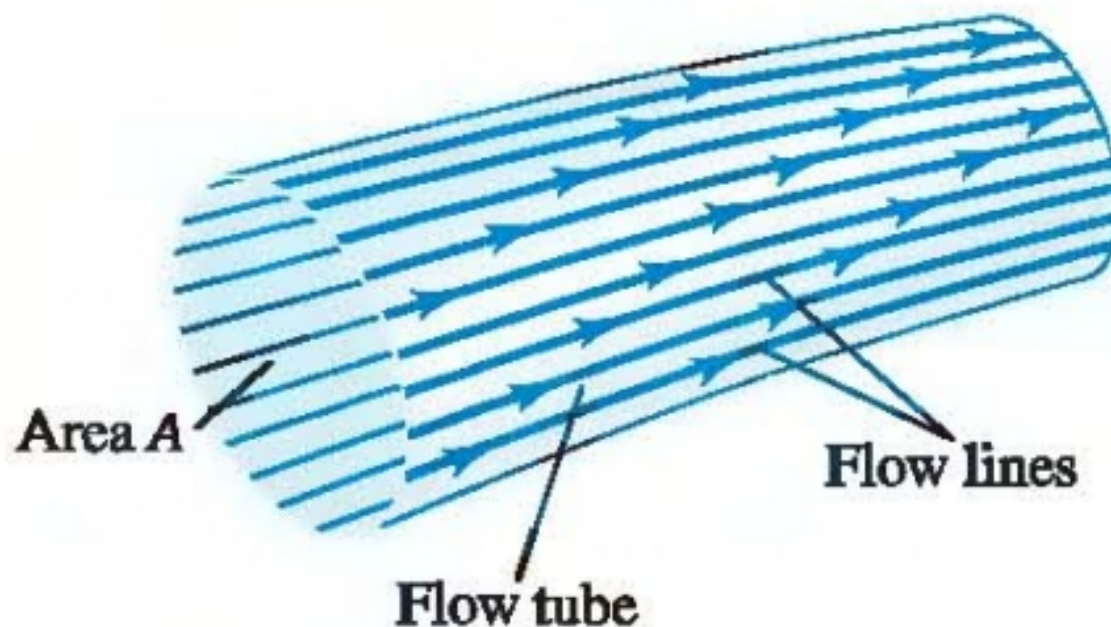
Hidrodinâmica

- Como descrever o movimento de um fluido??
 - considere um elemento de massa dm do fluido
 - a trajetória seguida por esse elemento de massa é chamado de **linha de fluxo**.



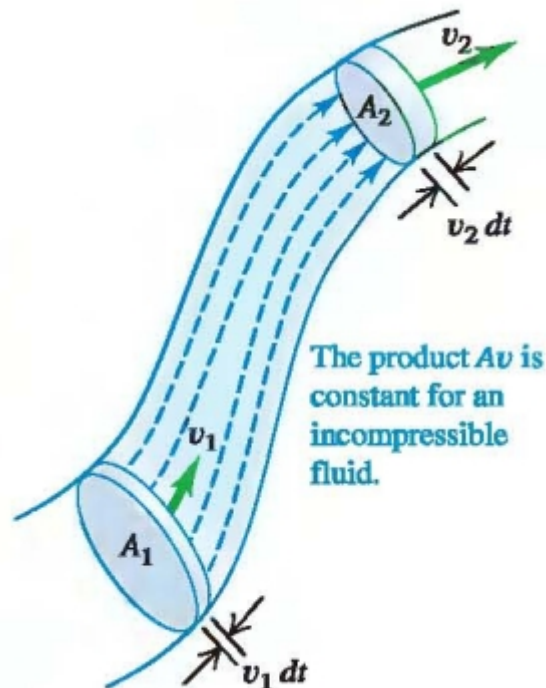
Hidrodinâmica

- Para uma dada posição r no fluido, se a velocidade $\mathbf{v}$ não varia com o tempo trata-se de um **fluxo estacionário**.



Hidrodinâmica

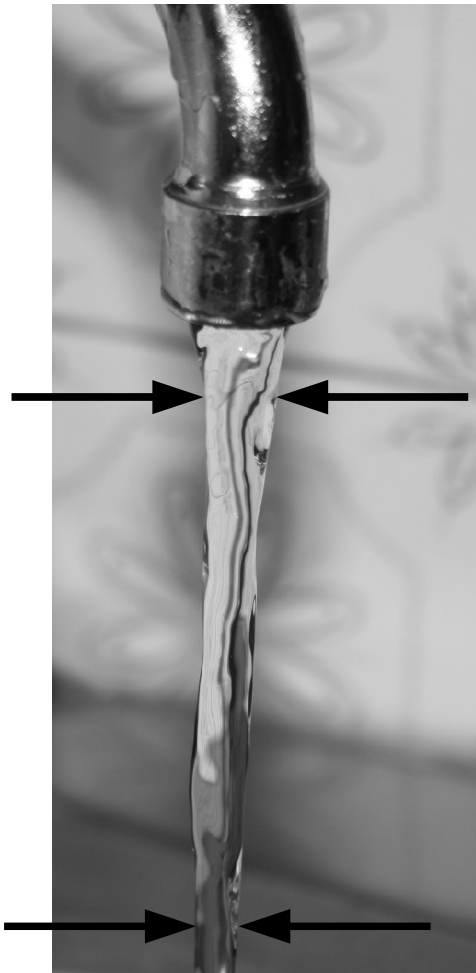
- Equação da continuidade
 - consequencia da lei de conservação da massa aplicada ao movimento do fluido



$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

Hidrodinâmica

- consequência da eq. da continuidade: o fluxo é mais rápido nas partes mais estreitas.

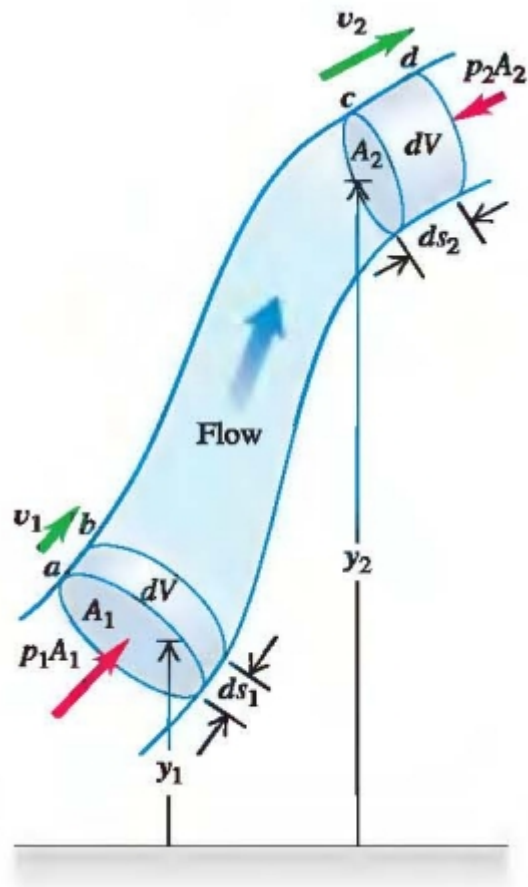


Definição de vazão (Q)

$$Q = v A$$

Hidrodinâmica

- Equação de Bernoulli



- é a conservação de energia aplicada a dinâmica dos fluidos

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = cte.$$

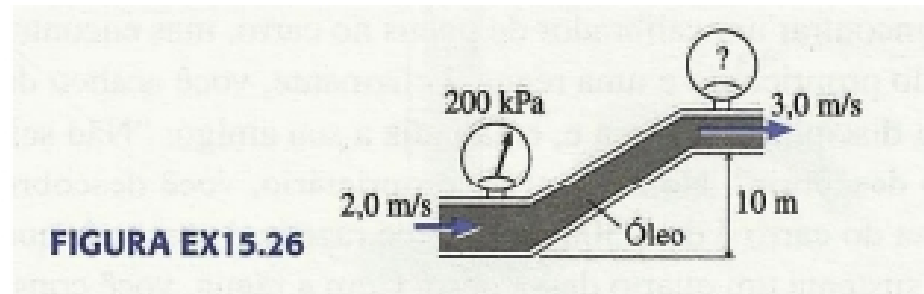
ATENÇÃO COM AS UNIDADES!

Hidrodinâmica

- Exemplo da Eq. de Bernoulli

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = cte.$$

ex. 26 Quanto marca o manômetro? ($\rho_{\text{óleo}} = 900 \text{ kg/m}^3$) **R.: 107 kPa**



Hidrodinâmica

• Exemplo

EXEMPLO 15.12 Energia hidroelétrica

Pequenas usinas hidroelétricas em montanhas às vezes trazem água de um reservatório para a usina de energia através de tubos embutidos. Em uma dessas usinas, o tubo de captação de 100 cm de diâmetro, na base da represa, localiza-se 50 m abaixo da superfície do reservatório. A água desce 200 m através do tubo antes de entrar na turbina por um bocal de 50 cm de diâmetro.

- Qual é a velocidade da água na turbina?
- Em quanto a pressão de entrada difere da pressão hidrostática àquela profundidade?

MODELO Trate a água como um fluido ideal que obedece à equação de Bernoulli. Considere uma linha de fluxo que inicie na superfície do reservatório e termine na saída do bocal. A pressão na superfície é $p_1 = p_{\text{atm}}$ e $v_1 \approx 0$ m/s. A descarga de água acontece no ar, então $p_3 = p_{\text{atm}}$ na saída.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 15.34 é uma representação pictórica da situação.

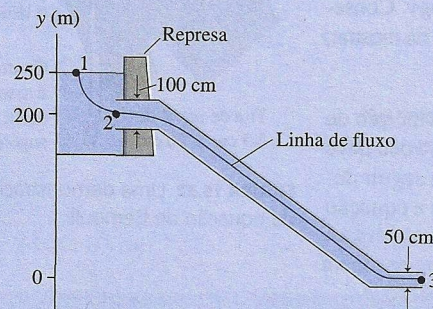


FIGURA 15.34 Representação pictórica do fluxo de água para uma usina hidroelétrica.

RESOLUÇÃO a. A usina elétrica está localizada nas montanhas, onde $p_{\text{atm}} < 1$ atm, porém p_{atm} comparece nos dois lados da equação de Bernoulli e, por isso, é cancelada. A equação de Bernoulli, com $v_1 = 0$ m/s e $y_3 = 0$ m, é

$$p_{\text{atm}} + \rho g y_1 = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho v_3^2$$

p_{atm} é cancelada, conforme esperado, assim como a densidade ρ . Isolando v_3 , obtemos

$$v_3 = \sqrt{2gy_1} = \sqrt{2(9,80 \text{ m/s}^2)(250 \text{ m})} = 70 \text{ m/s}$$

- Poder-se-ia esperar que a pressão na entrada fosse a pressão hidrostática $p_{\text{atm}} + \rho g d$ à profundidade d . Porém a água está fluindo para o tubo de captação; logo, não está em equilíbrio estático. Podemos determinar a velocidade v_2 na captação usando a equação da continuidade:

$$v_2 = \frac{A_3}{A_2} v_3 = \frac{r_3^2}{r_2^2} \sqrt{2gy_1}$$

A captação ocorre na linha de fluxo entre os pontos 1 e 3, de modo que podemos aplicar a equação de Bernoulli aos pontos 1 e 2:

$$p_{\text{atm}} + \rho g y_2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Solucionando esta equação para p_2 , e observando que $y_1 - y_2 = d$, encontramos:

$$\begin{aligned} p_2 &= p_{\text{atm}} + \rho g (y_1 - y_2) - \frac{1}{2} \rho v_2^2 \\ &= p_{\text{atm}} + \rho g d - \frac{1}{2} \rho \left(\frac{r_3}{r_2} \right)^4 (2gy_1) \\ &= p_{\text{estática}} - \rho g y_1 \left(\frac{r_3}{r_2} \right)^4 \end{aligned}$$

A pressão de entrada é *menor* do que a pressão hidrostática pela grandeza

$$\rho g y_1 \left(\frac{r_3}{r_2} \right)^4 = 153.000 \text{ Pa} = 1,5 \text{ atm}$$

AValiação A saída de água pelo bocal é a mesma se ela caísse de 250 m acima da superfície do reservatório. Isso não é surpreendente, pois consideramos um líquido não-viscoso (isto é, sem atrito). A água “real” teria menor velocidade, mas ainda fluiria muito em grande velocidade.

Hidrodinâmica

• Exercício

Ex. 66 Um tanque de água de altura h tem um pequeno orifício na altura y . O tanque é reabastecido com água a fim de que h se mantenha inalterada. A água que sai do orifício tem um alcance x . O alcance se aproxima de zero quando $y \rightarrow 0$ por que a água jorra exatamente sobre a mesa. A amplitude também se aproxima de zero quando $y \rightarrow h$ por que a velocidade horizontal se torna nula. Logo, deve haver alguma altura entre 0 e h para a qual o alcance atinja seu valor máximo.

a) encontre uma expressão algébrica para a velocidade v com a qual a água sai do orifício à altura y .

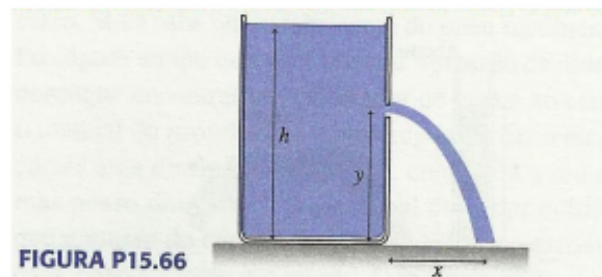
R.: $[2g(h-y)]^{1/2}$

b) Encontre uma expressão algébrica para o alcance de uma partícula arremessada horizontalmente da altura y com velocidade v .

R.: $[4y(h-y)]^{1/2}$

c) Combine suas expressões dos itens a e b. Depois, encontre o alcance máximo $x_{\max}$ e a altura y do orifício. A água “real” não teria esse alcance por causa da viscosidade, mas teria um alcance próximo daquele.

R.: $y_{\max} = h/2$ e $x_{\max} = h$



Hidrodinâmica

- Exercício:

2ª questão

nota:_____

Joga-se água num recipiente a razão de 2 litros por segundo. Que diâmetro d deverá ter o orifício que há no fundo do recipiente para que nível da água h se mantenha constante ($h=8.3\text{m}$).

$$1\text{l} = 10^{-3}\text{m}^3$$

Resposta: $d = 1,4\text{ cm}$

Hidrodinâmica

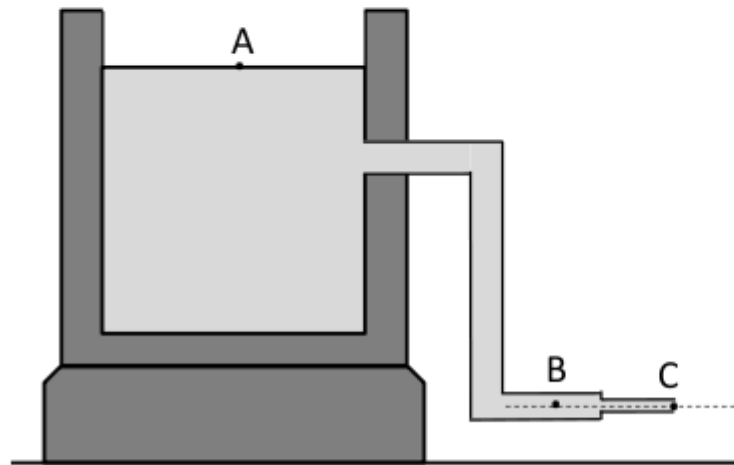
- Exercício

2ª questão (2,5)

nota: _____

Água sai continuamente de um tanque como mostrado na figura. A altura do ponto A é 12 m e a dos pontos B e C é 1,2 m. O diâmetro da seção transversal no ponto B é 0,24 m e no ponto C é 0,17 m. A área do tanque é muito grande comparada com as seções dos tubos.

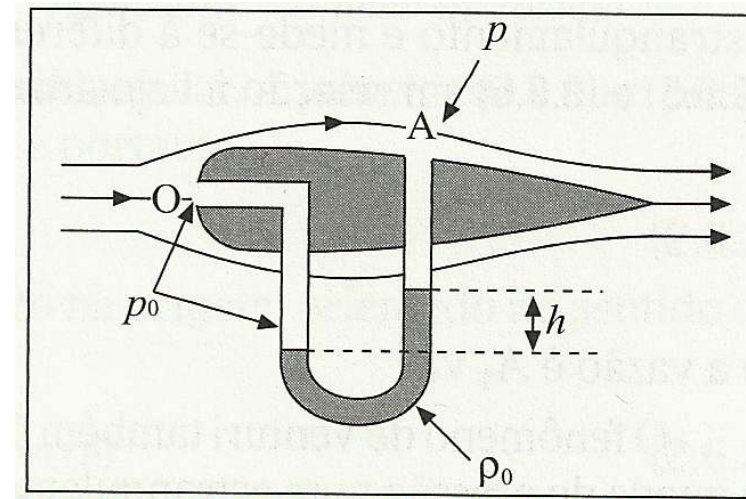
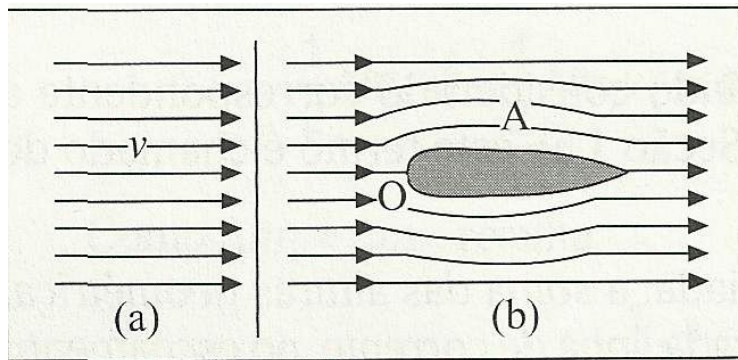
- Calcular a pressão no ponto B.
- Qual a vazão no ponto C?



(pressão atmosférica: $P_0 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$)

Hidrodinâmica

- Aplicações: Tubo de Pitot
 - Dispositivo utilizado para medir velocidade num fluido



- Demonstre $v = \sqrt{2 \frac{\rho_0}{\rho} gh}$

Hidrodinâmica

- Aplicações: Tubo de Pitot



Hidrodinâmica

- Fenômeno de Venturi

